

ORTAÖĞRETİM
GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

DERSLER CEPTE



MATEMATİK 9

ÜNİTE	ÜSLÜ İFADELER VE DENKLEMLER
KONU	• Üslü İfade İçeren Denklemler • Köklü İfadeleri İçeren Denklemler

DERSLER CEPTE 4. SAYI

MATEMATİK 9. SINIF

ISBN 978-975-11-6640-1

Genel Yayın Yönetmeni

Halil İbrahim TOPÇU

Yayın Koordinatörü

Dr. Yasin ELÇİ

Yazar Ekibi

Ahmet Salih DOĞAN, Öğretmen
Burak ÖZÇELİK, Öğretmen
Emel PARLITI, Öğretmen
Emre ŞAHİN, Öğretmen
Erdinç SALIK, Öğretmen
Erkan SERT, Öğretmen
Faruk BİLİCİ, Öğretmen
Fatih ÇINAR, Öğretmen
Fatma Pınar ÇINAR, Öğretmen
Filiz ERGÜDER, Öğretmen
Gonca İLTER, Öğretmen
İbrahim BUĞAÇAYIR, Öğretmen
İmdat Kurt, Öğretmen
Mehmet Fatih ÖZDEMİR, Öğretmen
Melike ÖĞÜT, Öğretmen
Meryem SONKAYA, Öğretmen
Mikail DAĞLI, Öğretmen
Neşe DEMİRTAŞ ANAÇ, Öğretmen
Özge Duygu BAYKAL GEDİK, Öğretmen
Özlem OKDEMİR, Öğretmen
Pınar KARAKUYU, Öğretmen
Sümeyye BARDAKÇI BAYRAM, Öğretmen
Şükrüye BOZKURT, Öğretmen
Uğur ATEŞ, Öğretmen
Yunus ÇETİN, Öğretmen
Zübeyde OCAK, Öğretmen
Zühre ŞAHBAZ, Öğretmen
Zülküf KILIÇ, Öğretmen

Dizgi - Tasarım Ekibi

Murat KORLAELÇİ, Öğretmen
Özkan KAYA, Öğretmen
Sena SARIKAYA, Öğretmen



ORTAÖĞRETİM GENEL MÜDÜRLÜĞÜ



İSTİKLÂL MARŞI

Korkma, sönmez bu şafaklarda yüzen al sancak;
Sönmeden yurdumun üstünde tüten en son ocak.
O benim milletimin yıldızıdır, parlayacak;
O benimdir, o benim milletimindir ancak.

Çatma, kurban olayım, çehreni ey nazlı hilâl!
Kahraman ırkıma bir gül! Ne bu şiddet, bu celâl?
Sana olmaz dökülen kanlarımız sonra helâl.
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl.

Ben ezelden beridir hür yaşadım, hür yaşarım.
Hangi çılgın bana zincir vuracakmış? Şaşarım!
Kükremiş sel gibiyim, bendimi çiğner, aşarım.
Yırtarım dağları, enginlere sığmam, taşarım.

Garbın âfâkını sarmışsa çelik zırhlı duvar,
Benim iman dolu göğsüm gibi serhaddim var.
Ulusun, korkma! Nasıl böyle bir imanı boğar,
Medeniyyet dediğin tek dişi kalmış canavar?

Arkadaş, yurduma alçakları uğratma sakın;
Siper et gövdeni, dursun bu hayâsızca akın.
Doğacaktır sana va'dettiği günler Hakk'ın;
Kim bilir, belki yarın, belki yarından da yakın.

Bastığın yerleri toprak diyerek geçme, tanı:
Düşün altındaki binlerce kefensiz yatanı.
Sen şehit oğlusun, incitme, yazıktır, atanı:
Verme, dünyaları alsan da bu cennet vatanı.

Kim bu cennet vatanın uğruna olmaz ki feda?
Şüheda fışkıracak toprağı sıksan, şüheda!
Cânı, cânânı, bütün varımı alsın da Huda,
Etmesin tek vatanımdan beni dünyada cüda.

Ruhumun senden İlâhî, şudur ancak emeli:
Değmesin mabedimin göğsüne nâmahrem eli.
Bu ezanlar -ki şehadetleri dinin temeli-
Ebedî yurdumun üstünde benim inlemeli.

O zaman vecd ile bin secde eder -varsa- taşım,
Her cerîhamdan İlâhî, boşanıp kanlı yaşım,
Fışkırır ruh-ı mücerret gibi yerden na'şım;
O zaman yükselerek arşa değer belki başım.

Dalgalan sen de şafaklar gibi ey şanlı hilâl!
Olsun artık dökülen kanlarımın hepsi helâl.
Ebediyyen sana yok, ırkıma yok izmihlâl;
Hakkıdır hür yaşamış bayrağımın hürriyyet;
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl!

Mehmet Âkif ERSOY

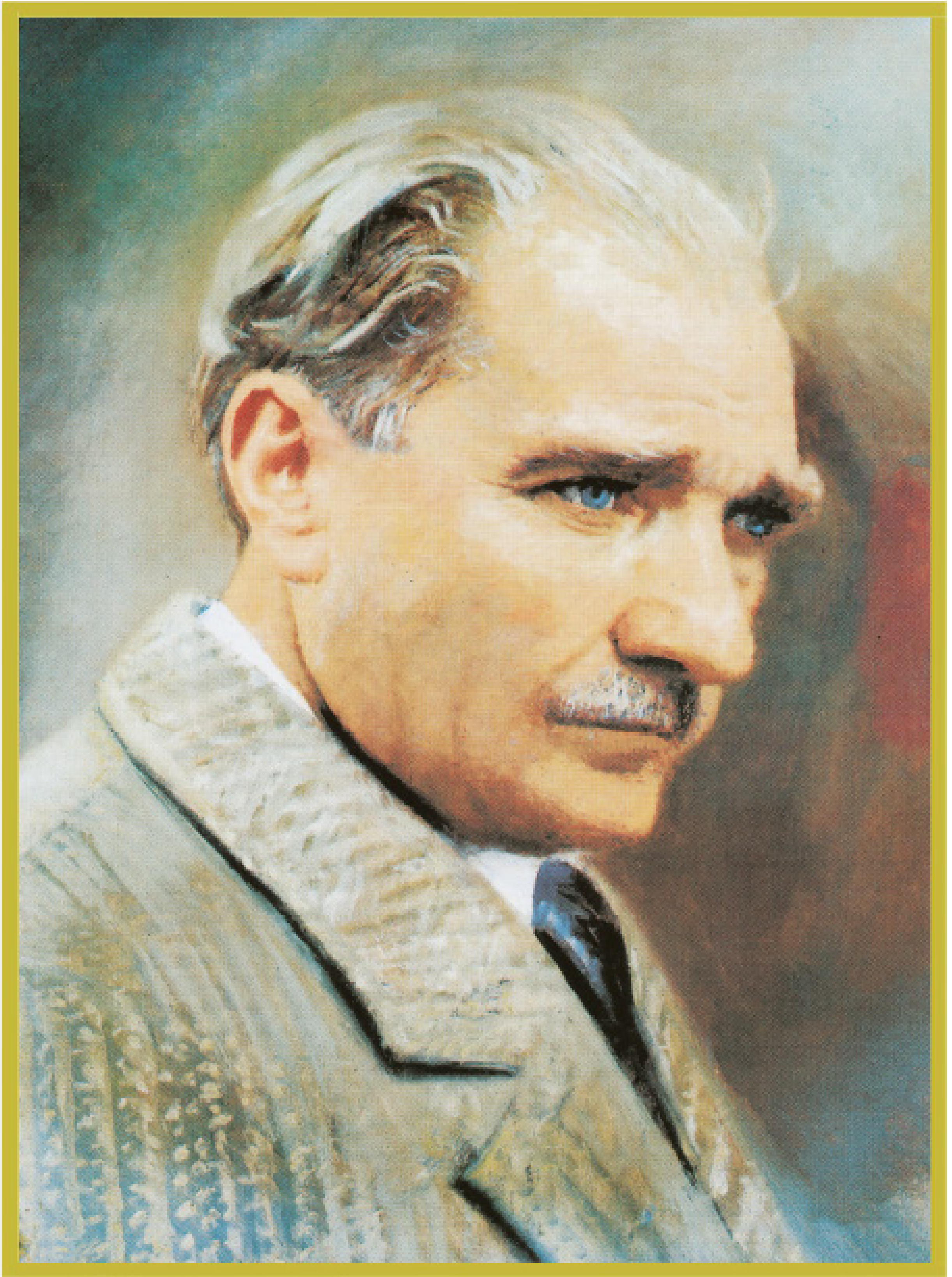
GENÇLİĞE HİTABE

Ey Türk gençliği! Birinci vazifen, Türk istiklâlini, Türk Cumhuriyetini, ilelebet muhafaza ve müdafaa etmektir.

Mevcudiyetinin ve istikbalinin yegâne temeli budur. Bu temel, senin en kıymetli hazinendir. İstikbalde dahi, seni bu hazineden mahrum etmek isteyecek dâhilî ve hâricî bedhahların olacaktır. Bir gün, istiklâl ve cumhuriyeti müdafaa mecburiyetine düşersen, vazifeye atılmak için, içinde bulunacağın vaziyetin imkân ve şeraitini düşünmeyeceksin! Bu imkân ve şerait, çok namüsait bir mahiyette tezahür edebilir. İstiklâl ve cumhuriyetine kastedecek düşmanlar, bütün dünyada emsali görülmemiş bir galibiyetin mümessili olabilirler. Cebren ve hile ile aziz vatanın bütün kaleleri zapt edilmiş, bütün tersanelerine girilmiş, bütün orduları dağıtılmış ve memleketin her köşesi bilfiil işgal edilmiş olabilir. Bütün bu şeraitten daha elîm ve daha vahim olmak üzere, memleketin dâhilinde iktidara sahip olanlar gaflet ve dalâlet ve hattâ hıyanet içinde bulunabilirler. Hattâ bu iktidar sahipleri şahsî menfaatlerini, müstevlîlerin siyasî emelleriyle tevhit edebilirler. Millet, fakr u zaruret içinde harap ve bîtap düşmüş olabilir.

Ey Türk istikbalinin evlâdı! İşte, bu ahval ve şerait içinde dahi vazifen, Türk istiklâl ve cumhuriyetini kurtarmaktır. Muhtaç olduğun kudret, damarlarındaki asil kanda mevcuttur.

Mustafa Kemal Atatürk



MUSTAFA KEMAL ATATÜRK

İÇİNDEKİLER

Değerli Öğretmenler ve Sevgili Öğrenciler,

Sizler için hazırlanan Dersler Cepte fasiküllerinde tüm derslerdeki aylık konu özetlerini bulacaksınız. Gerek yazılılara hazırlanırken gerek konu tekrarı yaparken Dersler Cepte fasikülündeki konu özetleri size yol gösterecektir. Konu özetlerinin maddeler hâlinde ve görsel ağırlıklı olması bilgilerinizin kalıcı olmasında kolaylık sağlayacaktır. Konu özetlerinin yanında "Hatırlayalım, Kritik Bilgi, Dikkat, Faydalı Linkler, Araştırma, Bir Örnek de Sen Ver, Biliyor Musunuz?, Filozof Der ki, Felsefe Sözlüğü, Haritada Bulalım" gibi bölümlerle konuların en önemli noktalarını ve ilgi çekici yanlarını görmüş olacaksınız. Böylece eğlenirken aynı zamanda da bilgilerinizi pekiştirme fırsatı bulacaksınız.

Açık uçlu ve çoktan seçmeli sorularla tekrar ettiğiniz bilgileri kullanabileceksiniz. Karekodlar aracılığıyla çoktan seçmeli soruların video çözümlerini izleyerek sorulara anında dönüt alabileceksiniz. Her konuyla ilgili çıkmış soruların yer alması da üniversiteye hazırlık yolculuğunda sizlere rehberlik edecek ve işlediğiniz konuların ne kadar önemli olduğuna dair fikir verecektir. Ayrıca OGM Materyal web sitesi, yardımcıkaynaklar.meb.gov.tr ve eba.gov.tr adresleri üzerinden fasiküllerimize kolay ulaşma imkânına sahip olacaksınız.

Millî Eğitim Bakanlığı olarak alanında yetkin uzmanlarca titizlikle hazırlanmış ve denetimden geçmiş olan Dersler Cepte fasikülleriyle öğrenci ve öğretmenlere derslerin işlenişi ve tekrarı noktasında katkı sunulması amaçlanmaktadır.

Halil İbrahim TOPÇU
Ortaöğretim Genel Müdürü



Neler Öğreneceğiz?

Çok büyük veya çok küçük sayıları içeren ifadelerde üslü denklemler kullanmak, işlemleri kolaylaştırmaktadır. Bu fasikülde, üslü ve köklü ifadeleri içeren denklemlerle ilgili uygulamaları yapmayı öğreneceksiniz.

Zamanda Yolculuk

Augustin Louis Cauchy [Ogustin Luis Koşi (1789–1857)]



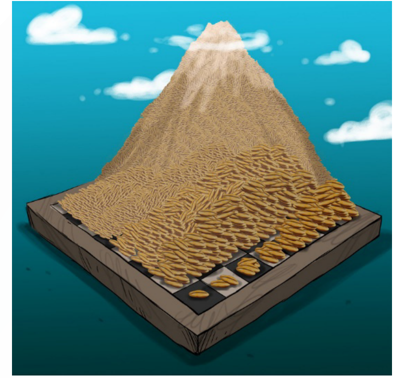
Augustin Louis Cauchy, Fransız Devrimi'nin başlangıcından kısa bir süre sonra 1789'da dünyaya gelmiştir. Matematik konusundaki yeteneği, kapı komşuları olan ünlü matematikçi Laplace (Leples) tarafından fark edilmiştir. 1810'da inşaat mühendisliğinden mezun olup Napolyon'un ordusunda askeri mühendis olarak çalışmaya başlamıştır. Bu sırada Laplace'in bazı kitapları ile matematik üzerine araştırmalarına devam etmiştir. 1857'de altmış sekiz yaşında iken geçirdiği ateşli bir hastalık sonucu yaşamını yitirmiştir.

Analiz dalında pek çok çalışması olan Cauchy, aynı zamanda bir akışkan yüzeydeki dalgaların hareketi üzerine yaptığı çalışma ile tanınmaktadır. Birçok ünlü matematikçinin cevaplayamadığı Fermat'ın bir sorusunu 1815'te cevaplayarak ispatlamıştır. Bu sayede matematikçi olarak kendini bir kez daha kanıtlamış ve iyice ünlenmiştir.



Biliyor musunuz?

18 446 744 073 709 551 615 Adet Buğday Tanesi

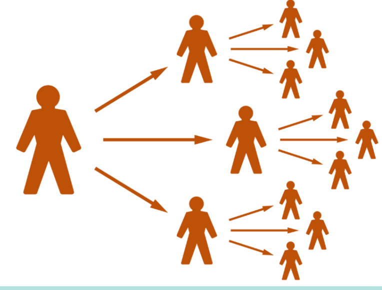


Eski zamanlarda savaş stratejilerini çok seven ve sürekli bunları uygulamaktan hoşlanan bir kral yaşarmış. Kral halkını ve ordusunu sudan sebeplerle savaşa sokarak değişik hamlelerle zafer kazanmayı amaçlarmış. Kralın savaş merakından usanan halk, bu sorununa çare aramaya başlamış. Halk, ülkenin Bilge'sine başvurmuş. Bilge, uzun bir düşünme sürecinin ardından bu soruna çözüm bulmuş. Kralın huzuruna çıkan Bilge, Kral'a bir hediye sunmak istediğini söylemiş. Çok mutlu olan Kral merakla hediyeyi beklemiş. Bilge, Krala bir kutu uzatıp "Kralım siz savaşmayı çok seviyorsunuz. Bu sebeple size aynı gün içerisinde defalarca savaşma imkânı verecek bir oyun getirdim. Bu ufak taşlar askerleriniz. İki tane atlı birliğiniz ve iki tane de filli askeriniz var. Yine aynı şekilde iki tane savaş arabanız var (kale). Siz de bu oyunun şahısınız ve bir de yardımcınız olan vezir var. Bu gördüğünüz satranç tahtası üzerinde karşıdaki rakibi zekice hamlelerinizle yenmek için mücadele edeceksiniz. Bu oyunun adı satranççtır" demiştir. Bilgenin getirdiği satranç oyunundan memnun kalan Kral, Bilgeye bu güzel oyun için ne ödül istediğini sormuş. Bilge, satranç tahtasında 64 kare bulunduğunu ve birinci kare için bir adet buğday, bir sonraki kare için birinci karedekinin iki katı kadar buğday, üçüncü kare için ikinci karedekinin iki katı kadar buğday gelecek şekilde bütün karelere denk gelecek kadar buğday istediğini söylemiş. Hesaplamalar yapıldığında Bilgenin istediği buğday tanesi miktarının 18 446 744 073 709 551 615 tane olduğu ortaya çıkmış. Kıvrak zekâlı Bilgenin buğday hikâyesi nesilden nesile anlatılmış.

YKS' DE ÇIKMIŞ SORULARIN KONULARA GÖRE DAĞILIMI

Sınıf Düzeyi	Ünite	Konu	2018 TYT	2018 AYT	2019 TYT	2019 AYT	2020 TYT	2020 AYT	2021 TYT	2021 AYT	2022 TYT	2022 AYT	Toplam
9	Mantık	Önermeler ve Bileşik Önermeler	-	4	1	1	-	-	1	1	2	-	10
	Kümeler	Kümelerde Temel Kavramlar	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
		Kümelerde İşlemler	1	-	1	2	1	2	1	1	-	2	11
	Denklemler ve Eşitsizlikler	Sayı Kümeleri	5	1	7	3	5	6	5	4	6	3	45
		Bölünebilme Kuralları	1	-	1	1	1	-	1	-	1	-	6
		1. Dereceden Denklemler ve Eşitsizlikler	1	-	1	1	1	1	3	1	1	-	10
		Üslü İfadeler ve Denklemler	2	-	1	-	1	1	1	1	1	-	8
		Denklemler ve Eşitsizliklerle ilgili Uygulamalar	12	-	14	-	16	-	14	-	16	-	72
	Üçgenler	Üçgenlerde Temel Kavramlar	2	-	1	-	3	2	3	-	3	1	15
		Dik Üçgen ve Trigonometri	2	-	1	-	2	1	1	-	1	-	8
	Veri	Merkezî Eğilim ve Yayılım Ölçüleri	1	-	-	-	1	-	-	-	1	-	3
		Verilerin Grafikle Gösterilmesi	1	-	1	-	1	-	1	-	-	-	4

Gerçek Sayıların Tam Sayı Kuvvetleri Nasıl Alınır?



Bir gerçek sayının kendisi ile birden çok çarpımını göstermek için üslü ifadeler kullanılır.
Örneğin 3 sayısının kendisi ile 4 kez çarpımı
$3 . 3 . 3 . 3 = 3^4$ olarak gösterilir.
$a \in \mathbb{R}$ ve $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere a^n ifadesine **üslü ifade** adı verilir.
a^n ifadesinde a **taban**, n ise **üs** veya **kuvvet** olarak isimlendirilir.
$a^n = \underbrace{a.a.a.a.a \ldots a}_{n \text{ tane}}$ şeklinde hesaplanır.

Taban sıfırdan farklı olmak üzere üs alma işlemlerinde kuvvet çift sayı ise işlem sonucu daima sıfırdan büyüktür. Tek kuvvetler tabanın işaretini etkilemez.



Faydalı Linkler

Üslü Sayılar-Google



Üslü Sayılar Işık Yılı



Bir Gerçek Sayının Negatif Kuvveti Nedir?

$x \in \mathbb{R} - \{0\}$ ve $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere $x^{-n} = \left(\frac{1}{x}\right)^n$ dir.

Örneğin, $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{27}{8}$ olur.

Sıfır sayısının çarpma işlemine göre tersi olmadığından negatif kuvveti tanımsızdır.
Sıfır sayısının pozitif kuvvetleri yine sıfıra eşittir.

Üslü Sayılarda Toplama ve Çıkarma İşlemleri Nasıl Yapılır?

Hem tabanı hem de üssü aynı olan üslü sayılar, ortak paranteze alınarak toplanabilir veya çıkartılabilir.

$a, b, c, x \in \mathbb{R}$ ve $m \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere

$a \cdot x^m + b \cdot x^m - c \cdot x^m = (a + b - c) \cdot x^m$ dir.

Örneğin,

$$-2 \cdot 3^{12} + 6 \cdot 3^{12} - 8 \cdot 3^{12} = (-2 + 6 - 8) \cdot 3^{12} = -4 \cdot 3^{12}$$

Üslü Sayılarda Çarpma ve Bölme İşlemleri Nasıl Yapılır?

- Tabanları aynı olan iki üslü sayının çarpımında üsler toplanır.

  $x \in \mathbb{R}$ ve $a, b \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere $x^a \cdot x^b = x^{a+b}$ dir.
  Örneğin, $(-2)^{11} \cdot (-2)^{13} = (-2)^{24} = 2^{24}$ olur.

- Tabanları aynı olan iki üslü sayının bölümünde payın üssünden paydanın üssü çıkarılır.

  $x \in R - \{0\}$ ve $a, b \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere $\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$

  Örneğin, $\frac{(-15)^8}{(-15)^3} = (-15)^{8-3} = (-15)^5 = -15^5$



Faydalı Linkler

Üslü ifadeler ve denklemler



Üslü ifadeler ve denklemler



Üslü ifadeler ve denklemler



Üslü İfadelerin Özellikleri Nelerdir?



Dersi İzleyelim

Üslü İfadelerin Özellikleri



- Tüm gerçek sayıların birinci kuvveti kendisine eşittir.
  $x \in \mathbb{R}$ için $x^1 = x$ dir.
  Örneğin $(-6)^1 = -6$ olur.

- Sıfırdan farklı sayıların sıfırıncı kuvveti 1 e eşittir.
  $x \in \mathbb{R}$ ve $x \neq 0$ olmak üzere $x^0 = 1$ dir.
  Örneğin $(-1)^0 = -1$ olur.

- Üslü sayıların üssü alınırken üsler çarpılır.
  $x \in \mathbb{R}$ ve $a, b \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere $(x^a)^b = x^{a \cdot b}$
  Örneğin $(2^5)^3 = 2^{15}$ olur.

- Üsleri aynı olan üslü sayıların çarpımında tabanlar çarpımına ortak üs yazılır.
  $x, y \in \mathbb{R}$ ve $a \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere $x^a \cdot y^a = (x \cdot y)^a$ dır.
  Örneğin $5^4 \cdot 2^4 = 10^4$ olur.

- Üsleri aynı olan üslü sayıların bölümünde tabanlar bölünür ve ortak üs yazılır.
  $x, y \in \mathbb{R}$, $y \neq 0$ ve $a \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere $\frac{x^a}{y^a} = \left(\frac{x}{y}\right)^a$ dır.
  Örneğin $\frac{6^8}{2^8} = \left(\frac{6}{2}\right)^8 = 3^8$ olur.



Dersi İzleyelim

Üslü İfadelerle İlgili Soru Çözümü




Faydalı Linkler

Üslü ifadeler ve denklemler



Üslü ifadeler ve denklemler



Üslü ifadeler ve denklemler



Üslü Denklemler Nasıl Çözülür?

İçinde üslü ifade bulunduran denklemlere **üslü denklem** adı verilir.

- $x \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$ ve $m, n \in \mathbb{R}$ olmak üzere $x^m = x^n$ ise $m = n$ dir.
  Yani tabandaki sayının –1, 0 ya da 1 olmadığı üslü denklemlerde eşitliğin her iki tarafındaki tabanlar eşit ise üsler de eşittir.
  Örneğin, $3^{2x+4} = 3^{3x-1}$ ise $2x + 4 = 3x - 1$ dir ve $x = 5$ bulunur.

- $x \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$ ve $n \in \mathbb{Z} - \{0\}$ olmak üzere $x^n = y^n$ denkleminde
  a) n tek ise $x = y$
  b) n çift ise $|x| = |y|$ olur.
  Yani üsleri aynı olan iki üslü ifade eşit ise üs tek olduğunda tabanlar, üs çift olduğunda tabanların mutlak değerleri eşittir.
  Örneğin;
  $x^3 = 2^3$ ise $x = 2$ olur.
  $x^4 = 2^4$ ise $|x| = 2$ olur ve $x = 2$ veya $x = -2$ dir.

- $a^x = 1$ eşitliği üç farklı durumda sağlanır. Bunlar:
  ➢ $x = 0$ ve $a \neq 0$ ise
  ➢ $a = 1$ ise
  ➢ x çift sayı ve $a = -1$ ise
  Örneğin; $(x+1)^{x-1} = 1$ denkleminin çözüm kümesini bulalım.
  ➢ $x - 1 = 0$ ise $x = 1$ olur. ($x + 1$ ifadesinde x yerine 1 yazılırsa 2 bulunur. $2 \neq 0$)
  ➢ $x + 1 = 1$ ise $x = 0$ olur.
  ➢ $x + 1 = -1$ ise $x = -2$ olur. ($x - 1$ ifadesinde x yerine –2 yazılırsa –3 bulunur. –3 tek sayı olduğundan çözüm olarak alınmaz.) Bu durumda $Ç = \{0, 1\}$ olur.

- $x > 0$ olmak üzere $x^m < x^n$ ise
  ➢ $x > 1$ ise $m < n$
  ➢ $0 < x < 1$ ise $m > n$ olur.
  Örneğin, 2^{90}, 5^{45} ve 3^{60} üslü sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayalım.
  $2^{90} = (2^6)^{15} = 64^{15}$,
  $5^{45} = (5^3)^{15} = 125^{15}$,
  $3^{60} = (3^4)^{15} = 81^{15}$ şeklinde yazılırsa
  $64^{15} < 81^{15} < 125^{15}$ eşitsizliği kolayca yazılır. Yani, verilen üslü sayılar $2^{90} < 3^{60} < 5^{45}$ şeklinde sıranmış olur.

İki üslü ifadenin birbirine göre büyüklük ya da küçüklük durumu araştırılırken tabanları eşitlemek ya da üsleri eşitlemek kullanılan yöntemlerden ikisidir.



Dersi İzleyelim

Üslü Denklemler





Faydalı Linkler

Üslü İfadeler ve Denklemler



Üslü İfadeler ve Denklemler



Üslü İfadeler ve Denklemler



Üslü İfadeler ve Denklemler





Faydalı Linkler

Üslü Denklemler- Bakteriler



Üslü Sayılarda Sıralama Gezegenler



Köklü İfade İçeren Denklemler

Köklü Sayı Nedir?

- $n \in \mathbb{Z}^+$, $n \geq 2$ ve a, $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere $x^n = a$ eşitliğini sağlayan x değerlerine **a nın n. kuvvetten kökü** denir ve $x = \sqrt[n]{a}$ ile gösterilir.





Faydalı Linkler

Köklü İfadeler
Kök Sembolünün Hikayesi





Faydalı Linkler

Köklü İfadeler



- $x^n = a$ denkleminin çözümü üç farklı durumda incelenir.
  1. $a > 0$ için
     n tek sayı ise $x = \sqrt[n]{a}$ olur.
     n çift sayı ise $x = +\sqrt[n]{a}$ veya $x = -\sqrt[n]{a}$ olur
  2. $a < 0$ için
     n tek sayı ise $x = \sqrt[n]{a}$ olmak üzere sadece bir gerçek sayı kökü vardır.
     n çift sayı ise x denklemin bir gerçek sayı kökü yoktur.
  3. $a = 0$ ise $\sqrt[n]{0} = 0$ dır.

- $n = 2 \Rightarrow \sqrt[2]{a}$ ya da $\sqrt{a}$ yazılır ve "ikinci dereceden kök a" ya da "kare kök a" olarak okunur. Kökün derecesi 2 ise yazılmayabilir.
- $n = 3 \Rightarrow \sqrt[3]{a}$ yazılır ve "üçüncü dereceden kök a" ya da "küp kök a" olarak okunur.
- $n = 4 \Rightarrow \sqrt[4]{a}$ yazılır ve "dördüncü dereceden kök a" olarak okunur.

$n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere

$\sqrt[2n+1]{a}$ ifadesinin tanımlı olması için $a \in \mathbb{R}$ olmalıdır.

$\sqrt[2n]{a}$ ifadesinin tanımlı olması için $a \geq 0$ olmalıdır.

Bir köklü ifadede kökün derecesi çift ve kök içindeki sayı sıfırdan küçükse bu köklü ifade bir gerçek sayı belirtmez.



$x \in \mathbb{R}^+$ ve n, $m \in \mathbb{Z}^+$, $n > 1$ olmak üzere $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$ olur.

Yani her köklü sayı aynı zamanda bir üslü sayı olarak yazılabilir.
Örneğin; $\sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}}$, $\sqrt[3]{7^2} = 7^{\frac{2}{3}}$ tür.

$n \in \mathbb{Z}$ ve $n \geq 2$ olmak üzere $x \in \mathbb{R}$ için

- n tek ise $\sqrt[n]{x^n} = x$
- n çift ise $\sqrt[n]{x^n} = |x|$

olarak kök dışına çıkarılır.
Örneğin; $\sqrt[5]{(-3)^5} = -3$ ve $\sqrt[4]{(-3)^4} = |-3| = 3$ olur

Kök dereceleri çift olan köklü ifadelerin içleri negatif olamayacağından, içindeki sayılar kök dışına 0 ya da 0 dan büyük çıkarılır.

Dersi İzleyelim

Köklü İfadeler





Dinamik Uygulama

Köklü İfadeler



Köklü İfadeler



Köklü Sayılarda Toplama ve Çıkarma İşlemleri Nasıl Yapılır?

Kök dereceleri ve kök içleri aynı olan iki köklü ifadenin katsayıları toplanabilir ya da çıkarılabilir.

$n \geq 2$ ve $n \in \mathbb{Z}^+$ olsun. $x \in \mathbb{R}$ ve $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere

$a \cdot \sqrt[n]{x} + b \cdot \sqrt[n]{x} = (a+b) \cdot \sqrt[n]{x}$ olur.

Örneğin; $5\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = (5+4) \cdot \sqrt{3} = 9\sqrt{3}$

$3\sqrt[3]{6} - 7\sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{6} = (3-7+1)\sqrt[3]{6} = -3\sqrt[3]{6}$ olur.



Dinamik Uygulama

Köklü İfadeler



Köklü İfadelerde Çarpma ve Bölme İşlemleri Nasıl Yapılır?

Kök dereceleri aynı olan köklü ifadeler birbiriyle çarpılabilir veya bölünebilir.

$a, b \in \mathbb{R}^+$, $n \in \mathbb{Z}^+$ ve $n \geq 2$ olmak üzere

$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$

$\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$ olur

Örneğin; $\sqrt{5} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{53} = \sqrt{15}$

$\dfrac{\sqrt{20}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{20}{2}} = \sqrt{10}$ olur.

Köklü sayılar arasında dört işlem yapabilmek için önce kök derecelerinin eşit olup olmadığına bakılır. Dereceler farklıysa eşit hâle getirdikten sonra işleme başlanır.

Kök Derecelerinde Genişletme veya Sadeleştirme Nasıl Yapılır?

Bir köklü ifadenin hem kök derecesi hem de kök içindeki ifadenin üssü aynı pozitif tam sayı ile çarpılır ya da bölünürse köklü ifadenin değeri değişmez.

$x \in \mathbb{R}^+$, $m \in \mathbb{Z}$; $n, k \in \mathbb{Z}^+$ ve $n \geq 2$ olmak üzere

$\sqrt[n]{x^m} = \sqrt[n \cdot k]{x^{m \cdot k}} = \sqrt[\frac{n}{k}]{x^{\frac{m}{k}}}$

Örneğin; $\sqrt[5]{x^4} = \sqrt[3 \cdot 5]{x^{3 \cdot 4}} = \sqrt[15]{x^{12}}$

$\sqrt[12]{2^{16}} = \sqrt[\frac{12}{4}]{2^{\frac{16}{4}}} = \sqrt[3]{2^4} = \sqrt[3]{16}$ olur.



Dersi İzleyelim

Köklü İfadelerde İşlemler



Köklü İfadelerin Özellikleri Nelerdir?

- $x \in \mathbb{R}^+$, $m, n \in \mathbb{Z}$ ve $n \geq 2$ olmak üzere $\left(\sqrt[n]{x}\right)^m = \sqrt[n]{x^m}$ olur.

  Örneğin; $\left(\sqrt[3]{7}\right)^9 = \sqrt[3]{7^9} = 7^{\frac{9}{3}} = 7^3$ olur.

- $x, y \in \mathbb{R}^+$, $n \in \mathbb{Z}^+$ ve $n \geq 2$ olmak üzere $\sqrt[n]{x^n \cdot y} = x \cdot \sqrt[n]{y}$ ve $x \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x^n \cdot y}$ olur.

  Örneğin; $\sqrt{20} = \sqrt{2^2 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$

  $5\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{5^3 \cdot 2} = \sqrt[3]{250}$ olur.

- $x \in \mathbb{R}^+$, $m, n \in \mathbb{Z}^+$ ve $m \geq 2$ ve $n \geq 2$ olmak üzere $\sqrt[m]{\sqrt[n]{x}} = \sqrt[m \cdot n]{x}$ olur.

  Örneğin; $\sqrt[3]{\sqrt[5]{2}} = \sqrt[3 \cdot 5]{2} = \sqrt[15]{2}$

  $\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt[4]{3}}} = \sqrt[3 \cdot 2 \cdot 4]{3} = \sqrt[24]{3}$ olur.

- $x \in \mathbb{R}^+$ ve $m, n \in \mathbb{Z}^+$ ve $n \geq 2$ olmak üzere $\frac{1}{\sqrt[n]{x^m}}$ ifadesinin paydasını bir rasyonel sayı yapmak için hem pay hem de payda $\sqrt[n]{x^{n-m}}$ ile çarpılır.

  Örneğin; $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ kesrinin paydasını rasyonel yapmak için pay ve payda $\sqrt[3]{2^2}$ ile çarpılır.

  Örneğin; $\frac{1}{\sqrt[3]{2}} = \frac{1 \cdot \sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2^2}} = \frac{\sqrt[3]{4}}{2}$ olur.

- $x, y \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere $(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = x - y$ olduğundan $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ ile $\sqrt{x} - \sqrt{y}$ nin çarpımı bir rasyonel sayıdır.

  $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = x$ olduğundan $\sqrt{x}$ ile $\sqrt{x}$ in çarpımı bir rasyonel sayıdır.

  Örneğin; $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$

  $(\sqrt{5} + \sqrt{2}).(\sqrt{5} - \sqrt{2}) = 5 - 2 = 3$

  $(2\sqrt{3} - \sqrt{6}) \cdot (2\sqrt{3} + \sqrt{6}) = 12 - 6 = 6$



Faydalı Linkler

Köklü İfadeler	Köklü İfadeler
	

- $\sqrt{a \pm 2\sqrt{b}}$ durumundaki köklü ifadelerde $a = m + n$ ve $b = m \cdot n$ olmak üzere

  $\sqrt{a + 2\sqrt{b}} = \sqrt{m} + \sqrt{n}$ ve $\sqrt{a - 2\sqrt{b}} = \sqrt{m} - \sqrt{n}$ ($m > n$) şeklinde yazılır.

  $\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ $\quad (3 + 2 = 5$ ve $3 \cdot 2 = 6)$

  $\sqrt{7 - 2\sqrt{12}} = \sqrt{4} - \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3}$ $\quad (4 + 3 = 7$ ve $4 \cdot 3 = 12)$



Dersi İzleyelim

Köklü İfadeler İle İlgili Soru Çözümü



Köklü İfadelerin Özellikleri





Faydalı Linkler

Köklü İfadeler



Köklü İfadeler





Faydalı Linkler

Köklü İfadelerin Özellikleri





Günümüzde yüzme havuzları, sıcak ve soğuk olmak üzere her mevsim kullanılabilmektedir. Sitelerde, otellerde, yüzme kurslarında yer alan havuzlar genel kullanıma açık olduğu için temizliği ve ilaçlanması büyük önem taşımaktadır. Periyodik bakımları yapılmayan havuzlarda, suyun içinde bulunan mikroorganizmaların çeşitli faktörlere bağlı olarak artması, insan sağlığını olumsuz olarak etkiler hatta büyük sağlık problemlerine sebep olabilir.

Su içinde bulunan bakteri sayısı sıcaklık, ortamın asitlik derecesi, ortamdaki oksijen miktarı gibi sebeplere bağlı olarak sürekli değişir. Bu sebeple sudaki bakteri miktarının normal sınırlarda kalması için sudan periyodik olarak numune alınıp incelenir ve çıkan sonuçlara göre suyun pH derecesi ve klor seviyesi ayarlanır.





Bir yüzme kursuna devam eden sporcular antrenmanlarına iki farklı havuzda devam etmektedir. Sporcuların kullandığı I ve II numaralı havuzların temizliği için periyodik olarak bakım yapılmaktadır. Havuzlardan alınan numunelerde tespit edilen bakteri miktarının zamana göre değişimi aşağıdaki tabloda verilmiştir.

I. HAVUZ		II. HAVUZ	
Geçen Süre (dk.)	Bakteri Miktarı (birimküp)	Geçen Süre (dk.)	Bakteri Miktarı (birimküp)
0	1	0	3
30	3	60	9
60	9	120	27
90	27	180	81
120	81	240	243
150	243	300	729
180	729	360	2187

a) Havuzlardaki bakteri miktarında meydana gelen artışı ve geçen süreyi göz önünde bulundurarak bakteri miktarının zamana bağlı değişimini veren bir modelleme yapınız.

b) Havuz ilaçlandıktan sonra sudaki bakteri miktarı 19500 birimküpü geçtiğinde tekrar ilaçlama yapılması gerekmektedir.

Buna göre temizlik görevlisi I ve II numaralı havuzları en geç kaç saatte bir ilaçlamalıdır?

c) Yüzme kursunda 0-6 yaş grubu çocuklar için kullanılan bir havuzdan gün sonunda alınan numunede tespit edilen X ve Y türünde iki bakterinin birim ölçekteki miktarı ve çoğalma katsayısı ile ilgili verilen aşağıdaki tabloyu inceleyiniz.

Tablo: İki Bakterinin Birim Ölçekteki Bakteri Miktarı ve Çoğalma Katsayısı

Bakteri Türü	Birim Ölçekteki Bakteri Miktarı (Birimküp)	1 Gün sonundaki Çoğalma katsayısı
X	3^4	27
Y	9^6	9

Havuz suyundan periyodik olarak alınan numunelerde X türündeki bakteri miktarının Y türündeki bakteri miktarının 9 katına ulaştığı görülürse havuz suyunun tamamen boşaltılıp yeniden doldurma işlemi yapılması gerekmektedir.

Çocuk havuzundan ilk numunenin pazar günü saat 12.00 de alındığı bilindiğine göre havuz suyu ilk olarak ne zaman tamamen boşaltılmalıdır?

1. $2^{x+1} = a$ **ve** $3^{x-1} = b$ **olduğuna göre**
324^x **ifadesinin a ve b türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $9a^4b^2$ B) $\frac{9}{2}ab^2$ C) $\frac{9}{2}a^2b^4$

D) $\frac{81}{4}ab^2$ E) $\frac{81}{4}a^2b^4$



2. $\ddot{a} = a^2$ ve $\bar{a} = a^3$ şeklinde tanımlanıyor.

$$\bar{\ddot{2}} \div 4 + \overline{4 - \ddot{a}} \times 2 = 1\ddot{2}$$

olduğuna göre a nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8



3. a ve b pozitif tam sayılar olmak üzere

$\langle a \mid b \rangle = a^1 \cdot a^2 \cdot a^3 \cdot ... \cdot a^b$ şeklinde tanımlanıyor.

Örneğin,

$\langle 5 \mid 4 \rangle = 5^1 \cdot 5^2 \cdot 5^3 \cdot 5^4$ tür.

Buna göre

$$\frac{\langle 18 \mid 3 \rangle \cdot \langle 3 \mid 2 \rangle}{\langle 3 \mid 5 \rangle \cdot \langle 2 \mid 4 \rangle}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{9}{8}$ C) $\frac{1}{16}$ D) $\frac{12}{9}$ E) $\frac{2}{3}$



4. Aşağıda verilen tabelada, balık toptancısındaki farklı balık türlerinin birer kilogramlık fiyatları verilmiştir.

Tablo: Bazı balık türleri ve kg fiyatları

KEFAL	LEVREK	MEZGİT
2^{x-1} TL	2^{x+1} TL	2^x TL

Bu toptancıdan 4 kg kefal, 5 kg levrek, 3 kg mezgit alan Hüseyin Bey 360 TL ödeme yapmıştır.

Buna göre Hüseyin Bey 2 kg mezgit, 1 kg levrek, 3 kg kefal alsaydı kaç TL ödeme yapardı?

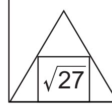
A) 132 B) 185 C) 190 D) 204 E) 220



5. $\triangle A = 2\sqrt{A}+3$ ve $\boxed{B} = B^2 - 2$

olarak tanımlanıyor.

Buna göre



ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 189 B)183 C) 171 D) 167 E) 165



6. $4^{x-6} - 2^{x-1} > 0$

eşitsizliğini sağlayan <u>en küçük</u> x tam sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8



7. $A = \frac{\sqrt{7} - 3}{\sqrt{13} - 5}$ ve $b = \frac{\sqrt{13} + 5}{\sqrt{7} + 3}$ sayıları veriliyor.

Buna göre B nin A cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) B = A B) B = –A C) B = 3A D) A = 3B E) B = 6A



8. Aşağıdaki dört sütundan oluşan şekilde 1.satırdan itibaren 3 ün doğal sayı kuvveti olan sayılar soldan sağa doğru şekildeki gibi yerleştiriliyor.

a	b	c	d	
1	3	9	27	1. satır
81	243	729	2187	2. satır
⋮	⋮	⋮	⋮	

c sütununun 4. satırındaki sayı c_4, d sütununun 10. satırındaki sayı d_{10} şeklinde kodlanmıştır.

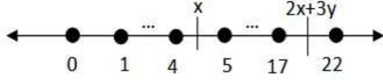
$$\frac{d_{3x+5}}{c_{x+10}} = 27^7$$

olduğuna göre x kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9



9. Aşağıdaki sayı doğrusu üzerinde x ve 2x+3y sayılarının bulunduğu noktalar çizgi ile işaretlenmiştir.



Buna göre y sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $3\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $\sqrt{17}$ D) $2\sqrt{2}$ E) $\sqrt{21}$



10.

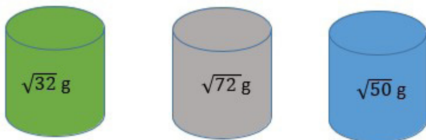

A saati B saati

Yukarıdaki A saati 2 saatte 2^5 kez çalıp sonrasında 1 saat çalmıyor. B saati 3 saatte 3^4 kez saat çalıp 1 saat çalmıyor. Her iki saat 02.00 yi gösterirken 03.00 e kadar hiç çalmama periyodundadır.
Buna göre her iki saat 15.00 **e kadar toplam kaç defa çalar?**

A) 370 B) 371 C) 372 D) 374 E) 376



11.



Şekildeki renkleri dışında özdeş olan kutuların içindeki özdeş her bir bilyenin kütlesi $\sqrt{2}$ gramdır. Kutuların bilyeler ile birlikte toplam kütleleri üzerlerinde yazmaktadır.

Bu kutularda toplam 9 adet bilye olduğuna göre kutulardan birinin kütlesi kaç gramdır?

A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) 2 D) $2\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{2}$

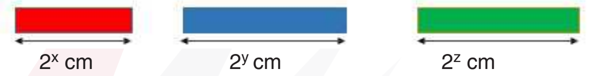


12. a, b, c pozitif tam sayılar olmak üzere
$2^a + 2^b = 2^c$ **ve** $a + b + c < 30$ **koşulunu sağlayan kaç tane** (a, b, c) **sıralı üçlüsü vardır?**

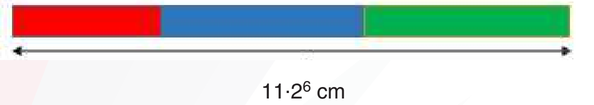
A) 7 B) 9 C) 11 D) 13 E) 15



13. x, y, z pozitif tam sayılar olmak üzere şekilde renkli dikdörtgenlerin uzunlukları altlarında verilmiştir.



Bu dikdörtgenler aralarında boşluk olmadan uç uca eklendiğinde oluşan şeklin uzunluğu $11 \cdot 2^6$ cm olmaktadır.



Buna göre ayrıt uzunlukları x cm, y cm ve z cm olan dikdörtgenler prizmasının hacmi kaç santimetreküptür?

A) 256 B) 312 C) 378 D) 426 E) 512



14. Bir şifreleme yönteminde bazı harflerin alfabemizdeki sırasına bağlı olarak kareköklü kodlamaları aşağıda verilmiştir.

A	E	İ	K	M	P	T
$\sqrt{0,2}$	$\sqrt{8,1}$	$\sqrt{1,21}$	$\sqrt{2,25}$	$\sqrt{2,56}$	$\sqrt{9}$	$\sqrt{6,25}$

Kodlamaya göre bir kelimedeki harflerin kodları çarpıldığında sonuç rasyonel sayı olduğunda şifre çözülür.

Buna göre aşağıdaki kelimelerden hangisi şifreyi çözer?

A) KEKİK B) KİTAP C) KEMİK D) PİKAP E) MATKAP



15. $a - b = b - c = c - d = 1$ olarak veriliyor





Şekil'1 ve Şekil'2 den sayılar şu kurallara göre seçilecektir.

- Şekil'1 den asal olmayan en küçük sayı, Şekil'2 den seçilen b sayısının 2 fazlası ile bir üslü ifade oluşturuluyor.
- Şekil'1 deki en küçük asal sayı, Şekil'2 den seçilen d sayısının 3 fazlası ile bir üslü ifade oluşturuluyor.

Bu seçilen üslü ifadeler çarpılarak Şekil'1 deki pozitif bölen sayısı 6 olan sayıya bölünüp Şekil'1 deki en büyük asal sayının $(c + 2)$. kuvvetine eşitleniyor.

Buna göre a sayısı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$



2019 TYT

16. İnternet üzerinden yapılan 6 turluk bir yarışmanın ilk turuna 1.000.000 yarışmacı katılıyor. Her turun sonunda, o tura katılan yarışmacıların 5'te 1'i eleniyor ve sadece kalan yarışmacıların tamamı bir sonraki tura katılıyor.

Buna göre, 6. turun sonunda kalan yarışmacı sayısı kaçtır?

A) 2^{16} B) 2^{18} C) 2^{20} D) 2^{22} E) 2^{24}



2020 TYT

17. Aşağıdaki kutuların içine, $\sqrt{5}, \sqrt{8}, \sqrt{12}, \sqrt{20}$, ve $\sqrt{27}$ sayıları, her kutuya farklı bir sayı gelecek şekilde yerleştirildiğinde A, B ve C tam sayı olmaktadır.

$$\square \times \square = A$$

$$\square \times \square = B$$

$$\square \times \square = C$$

Buna göre, A + B + C **toplamı kaçtır?**

A) 40 B) 44 C) 48 D) 52 E) 56



2021 TYT

18. İki mercekle çalışan mikroskoplar; nesnelerin görüntüsünü, merceklerin büyütme oranlarının çarpımı kadar büyük gösterir.

Örneğin merceklerinden birinin büyütme oranı 5 kat,

diğerinin büyütme oranı ise 20 kat olan iki mercekle çalışan bir mikroskop, bakılan nesnenin görüntüsünü 100 kat büyük gösterir.

Büyüklüğü $12{,}5 \times 10^{-3}$ **mm olan bir nesnenin görüntüsü, büyütme oranları** 4 **kat ve** 40 **kat olan iki mercekli bir mikroskopta kaç mm görünür?**

A) 0,1 B) 0,2 C) 1 D) 2 E) 10



Açık Uçlu Soru Cevapları

a) I. havuzda başlangıçta 1 birimküp bakteri varken her 30 dakikada bir bakteri miktarı 3 katına çıkmıştır. II. havuzda ise başlangıçtaki bakteri miktarı 3 birimküp iken her 1 saatte bakteri miktarı 3 katına çıkmıştır.
Bu durumda belli bir zaman sonra havuzlardaki bakteri miktarını bulmak için aşağıdaki gibi bir modelleme yapılabilir:
t : Geçen süre (dk.)
K(t): t süre sonundaki bakteri miktarı
B : Başlangıçta ortamda bulunan bakteri miktarı
m : Her iki ölçüm arasında geçen süre
olmak üzere

$$K(t) = B \cdot 3^{\frac{t}{m}}$$

eşitliği sağlanır.

b) $K(t) = B \cdot 3^{\frac{t}{m}}$ modellemesi kullanılarak her bir havuzdaki bakteri miktarının kaç saat sonra 19500 birimküpü geçeceği bulunmalıdır.

I. havuz için;

$1 \cdot 3^{\frac{t}{30}} > 19500$ ve $3^9 = 19683$ olduğundan

$\frac{t}{30} < 9$ ve $t < 270$ elde edilir. Buna göre I. havuz yaklaşık 4,5 saatte bir ilaçlanmalıdır.

II. havuz için;

$3 \cdot 3^{\frac{t}{60}} < 19500$

$3^{\frac{t}{60}} < 6500$ ve $3^8 = 6561$ olduğundan

$\frac{t}{60} < 8$ ve $t < 480$ elde edilir. Buna göre II. havuz yaklaşık 8 saatte bir ilaçlanmalıdır.

c) Bir günün sonunda havuzdaki X türündeki bakteri miktarı 27 katına, Y türündeki bakteri miktarı ise 9 katına çıkmaktadır.

	X	Y
1. günün sonunda	$27 \cdot 3^4$ birimküp	$9 \cdot 9^6$ birimküp
2. günün sonunda	$27^2 \cdot 3^4$ birimküp	$9^2 \cdot 9^6$ birimküp
.	.	.
.	.	.
.	.	.
n. günün sonunda	$27^n \cdot 3^4$ birimküp	$9^n \cdot 9^6$ birimküp

Buradan,

$27^n \cdot 3^4 = 9 \cdot 9^n \cdot 9^6$

$3^{3n+4} = 3^{2n+14}$

$3n+4 = 2n+14$

$n = 10$

bulunur.

Buna göre 10 gün sonra yani Çarşamba günü saat 12'de havuzun suyu tamamen boşaltılıp değiştirilmelidir.

Çoktan Seçmeli Soru Cevapları

1. E 2. E 3. C 4. A 5. D 6.A 7. E 8. A 9. B 10. B 11. D
12. B 13. C 14. E 15. A 16. B 17. A 18. D


Konu Özeti Konuyla ilgili kısa ve öz bilgiler


Açık Uçlu Sorular Konuyla ilgili ufkunuzu açacak sorular


Çoktan Seçmeli Sorular Konuyla ilgili çoktan seçmeli testleri


Neler Öğreneceğiz? Fasikülde hangi konuların öğrenildiği


Hatırlayalım Konuyla ilgili önceki bilgiler


Araştırma Konuyla ilgili detaylı bilgiye ulaşmanız için ödevler



Faydalı Linkler Konuyla ilgili yararlanılabilecek web siteleri


Kritik Bilgi Fasikülde geçen konuyla ilgili en önemli bilgi


Bir Örnek de Sen Ver Konuyla ilgili sizden gelen örnekler


Biliyor musunuz? Konuyla ilgili çarpıcı bilgiler


Filozof Der ki Filozofların konuyla ilgili söylediği önemli sözler


Felsefe Sözlüğü Felsefe ile ilgili kavramlar


Haritada Bulalım Konuyla ilgili özellikleri haritada işaretleme


Dersi İzleyelim Konuyla ilgili konu anlatım videoları


Dikkat! Fasikülde karıştırılmaması gereken bilgiler